

## Lineare Algebra I

Abgabetermin: Montag, 17/11/2003, 14:00 Uhr

**Aufgabe 9:** Sei  $M$  eine *endliche* Menge,  $f : M \rightarrow M$  eine Abbildung. Zeige, daß die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- $f$  ist bijektiv,
- $f$  ist injektiv,
- $f$  ist surjektiv.

**Aufgabe 10:**

- Wieviele Äquivalenzrelationen gibt es auf der Menge  $\{1, 2, 3\}$ . Begründe Deine Antwort!
- Weshalb ist der folgende "Beweis" falsch, wonach schon aus der Symmetrie und der Transitivität einer Relation  $R$  auf einer nicht-leeren Menge  $M$  die Reflexivität folgt?

Sei  $a \in M$ .

Aus  $(a, b) \in R$  folgt wegen der Symmetrie  $(b, a) \in R$ .

Aus  $(a, b) \in R$  und (wie eben gezeigt)  $(b, a) \in R$  folgt dann wegen der Transitivität  $(a, a) \in R$ , also die Reflexivität.

Gib eine Menge  $M$  und eine Relation  $R$  auf  $M$  an, die symmetrisch und transitiv ist, aber nicht reflexiv.

**Aufgabe 11:** Zu gegebenem  $n \in \mathbb{N}$  definieren wir auf  $\mathbb{Z}$  eine Relation

$$R_n := \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid n \text{ teilt } (x - y)\}.$$

Ist  $R_n$  eine Äquivalenzrelation oder eine Ordnungsrelation (und dann ggf. eine Totalordnung oder gar eine Wohlordnung)? Beweise Deine Antwort!

Anmerkung: Für zwei ganze Zahlen  $a$  und  $b$  gilt  $a$  teilt  $b$ , genau dann, wenn es eine ganze Zahl  $c$  gibt, so daß  $a \cdot c = b$ .

**Aufgabe 12:** Schreibe eine SINGULAR-Prozedur `matrixsumme`, die eine ganzzahlige Matrix  $M$  (Typ `intmat`) einliest und die Summe aller Einträge der Matrix ausgibt.

Anmerkung: Schaut Euch in der "Kurzeinführung in Singular" die Beschreibung in Abschnitt 3.5.4 an. Außerdem kann man sich mittels des Befehls `help intmat;` die Online-Hilfe von Singular zum Typ `intmat` anzeigen lassen. Um festzustellen wieviele Zeilen oder Spalten eine Matrix hat, könnt Ihr `nrows` und `ncols` verwenden (Wie geht's? ... `help nrows;`).