

Lineare Algebra I

Abgabetermin: Montag, 05/01/2004, 13:00 Uhr

Beachte: Der Abgabetermin für die Singular-Aufgabe wird auf Mittwoch, den 07.01.2004, um 12:00 Uhr, festgesetzt. Dadurch soll die Möglichkeit gegeben werden, sowohl am 16.12. als auch am 06.01. in der Singular-Fragestunde von Yaw Adjei in Raum 48-419 Hilfe bei Problemen zu erhalten, die beim Programmieren auftreten.

Aufgabe 29: Sei K ein Körper, V ein K -Vektorraum und U eine nicht-leere Teilmenge von V . Zeige, U ist genau dann ein Unterraum von V , wenn für alle $u, v \in U$ und alle $\lambda, \mu \in K$ gilt $\lambda \cdot u + \mu \cdot v \in U$.

Aufgabe 30: In der Vorlesung wurde der \mathbb{R} -Vektorraum $\mathbb{R}^{\mathbb{R}} = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ ist eine Abbildung}\}$ eingeführt. Betrachte die Teilmengen $U := \{f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \mid f(x) = f(-x) \forall x \in \mathbb{R}\}$ und $U' := \{f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \mid f(x) = -f(-x) \forall x \in \mathbb{R}\}$. Zeige für **eine** der beiden Mengen U oder U' , daß sie ein Unterraum von $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ ist.

Aufgabe 31: Betrachte die Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 : (x, y, z)^t \mapsto (2x - z, 3x + 2y + z)^t$. Zeige, f ist \mathbb{R} -linear und gib die Matrix A_f an.

Aufgabe 32: Schreibe eine SINGULAR-Prozedur `ggT`, die zwei ganze Zahlen a und b ungleich 0 einliest und ihren größten gemeinsamen Teiler ausgibt. Man verwende dazu den in der Vorlesung angegebenen Euklidischen Algorithmus (Vorlesung Algorithmus 8.5).

Diejenigen, die schon etwas mehr Programmiererfahrung haben, sollten sich am "erweiterten Euklidischen Algorithmus" probieren (benutzt aber auch `ggT` als Prozedurnamen). Die Eingabe besteht wieder aus zwei ganzen Zahlen a und b ungleich 0. Berechnet werden soll ihr größter gemeinsamer Teiler g sowie zwei ganze Zahlen p und q , so daß die Gleichung $g = p \cdot a + q \cdot b$ erfüllt ist. Der notwendige "rekursive" Algorithmus steckt im Beweis von Korollar 8.7 der Vorlesung. Die Ausgabe der Prozedur sollte dann eine Liste (Typ `list`) sein mit den Einträgen g , p und q in dieser Reihenfolge.

Hinweise: Die Befehle `div` und `mod` können in SINGULAR verwendet werden, um Division mit Rest durchzuführen. Wenn $a = p \cdot b + r$ mit $0 \leq r < |b|$ gilt, dann liefert `a div b` gerade p und `a mod b` den Rest r .

FROHE WEIHNACHTEN!