FB Mathematik — WS 2003/04, Blatt 9

Prof. Dr. Gert–Martin Greuel — Dr. Thomas Keilen

Lineare Algebra I

Abgabetermin: Montag, 12/01/2004, 13:00 Uhr

Aufgabe 33: Bestimme die Lösungsmenge des folgenden Gleichungssystems über $\mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x & + & y & + & z & - & u & = & 4 \\ x & - & y & + & z & + & u & = & 8 \\ 3x & + & y & + & 3z & - & u & = & 6 \end{array}$$

Aufgabe 34: Für welche $a, b \in \mathbb{R}$ besitzt das Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcr} ax & + & & & z & = & ab \\ -2x & + & by & + & az & = & -b \\ & & by & + & (a+1)z & = & b \end{array}$$

außer $(b, 1, 0)$ noch weitere Lösungen. Bestimme diese.

Aufgabe 35: Es sei K ein Körper, V und W seien K-Vektorräume, $F = (v_i \mid i \in I)$ sei eine Familie von Vektoren in V und $f, g : V \to W$ seien K-lineare Abbildungen. Zeige:

a. $f\big(\langle F\rangle\big) = \big\langle f(v_i) \mid i \in I\big\rangle$.

b. Ist F eine Basis von V und ist f injektiv, so ist $\big(f(v_i) \mid i \in I\big)$ eine Basis von $\mathrm{Im}(f)$.

Aufgabe 36: Es sei $V = K^\infty = \{(a_0, a_1, a_2, \ldots) \mid a_i \in K \;\forall\; i \in \mathbb{N}\}$ der K-Vektorraum aller Folgen über K mit komponentenweiser Addition und Skalarmultiplikation. Ferner sei $e_i \in V$ die Folge, die an i-ter Stelle eine Eins und sonst nur Nullen enthält. Ist dann $(e_i \mid i \in \mathbb{N})$ eine Basis von V? Beweise Deine Aussage!