FB Mathematik — WS 2003/04, Blatt 12
Prof. Dr. Gert–Martin Greuel — Dr. Thomas Keilen

Lineare Algebra I

Abgabetermin: Montag, 02/02/2004, 13:00 Uhr

Beachte: Der Abgabetermin für die Singular-Aufgabe wird auf Mittwoch, den 04.02.2004, um 12:00 Uhr, festgesetzt.

Aufgabe 45: Bestimme die Matrix-Darstellung $M_D^B(f)$ der $\mathbb{R}$-linearen Abbildung $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3 : (x_1, x_2, x_3, x_4)^t \mapsto (x_1 + x_2, x_2 + x_4, x_3 - 2x_4)^t$ bezüglich der Basen $B = \big((1,0,0,-1)^t, (0,1,0,-1)^t, (0,0,1,-1)^t, (0,0,0,1)^t\big)$ von $\mathbb{R}^4$ und $D = \big((1,0,0)^t, (0,1,0)^t, (1,1,1)^t\big)$ von $\mathbb{R}^3$.

Hinweis: Es braucht nicht nachgewiesen zu werden, daß f linear ist und daß B bzw. D Basen sind.

Aufgabe 46: Überprüfe, ob die folgende Matrix invertierbar ist und berechne ggf. ihre Inverse:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 47: Es sei $U \subseteq V$ ein Unterraum des K-Vektorraums V, und $f : V \to V$ sei K-linear mit $f(U) \subseteq U$. Wir definieren $f_{V/U} : V/U \to V/U$ durch $f_{V/U}(x + U) = f(x) + U$ für alle $x + U \in V/U$. Zeige die folgenden Aussagen:

a. $f_{V/U}$ ist eine (wohldefinierte) lineare Abbildung.

b. $\mathrm{Im}\left(f_{V/U}\right) = \big(\mathrm{Im}(f) + U\big)/U$ und $\mathrm{Ker}\left(f_{V/U}\right) \supseteq \big(\mathrm{Ker}(f) + U\big)/U$.

c. Falls $\dim(V) < \infty$, dann gilt:

$$\mathrm{rang}\left(f_{V/U}\right) = \mathrm{rang}(f) - \dim_K\big(U \cap \mathrm{Im}(f)\big).$$

Aufgabe 48: Schreibe eine SINGULAR–Prozedur `rang`, die eine Matrix M (Typ `matrix`) einliest und ihren Rang ausgibt.

!!! WICHTIG !!!

In der übernächsten Woche finden Wahlen im Foyer der Mensa statt.
Wahlen zum Studierendenparlament am 09.02.2004
Wahlen zum Studierendenparlament, dem Fachbereichsrat und dem Senat am

10.02.2004 und 11.02.2004

Für weitere Informationen siehe aktuelle Aushänge und Plakate.
Lichtbild- und Studierendenausweis nicht vergessen !