

Lineare Algebra I

Abgabetermin: Montag, 09/02/2004, 13:00 Uhr

Beachte: Der Abgabetermin für die Singular-Aufgabe wird auf Montag, den **16.02.2004**, um 12:00 Uhr, festgesetzt.

Aufgabe 49: Betrachte die Basen $B_1 = ((1, 1)^t, (0, 1)^t)$, $B_2 = ((2, -1)^t, (2, 3)^t)$, $B_3 = ((4, 4)^t, (1, 2)^t)$ und $B_4 = ((-1, 1)^t, (0, 2)^t)$ des \mathbb{R}^2 , sowie die \mathbb{R} -lineare Abbildung $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit Matrix-Darstellung

$$M_{B_2}^{B_1}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

- a. Ermittle die Transformationsmatrizen $T_{B_4}^{B_2}$ und $T_{B_1}^{B_3}$ mit $T_{B_4}^{B_2} M_{B_2}^{B_1}(f) T_{B_1}^{B_3} = M_{B_4}^{B_3}(f)$.
- b. Ermittle Basen B_5 und B_6 von \mathbb{R}^2 mit

$$M_{B_6}^{B_5}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 50: Es sei K ein beliebiger Körper. Finde invertierbare Matrizen X, Y mit $XAY = \begin{pmatrix} E_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, wo $r = \text{rang}(A)$ und

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -2 & 1 \\ -3 & 6 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in \text{Mat}(3 \times 4, K).$$

Aufgabe 51: Es sei V ein K -Vektorraum, $f: V \rightarrow V$ eine K -lineare Abbildung, $U \subseteq V$ ein Unterraum mit $f(U) \subseteq U$ und $f_U: U \rightarrow U$ sei definiert durch $f_U(u) := f(u)$ für $u \in U$. Ferner sei nun $B' = (v_1, \dots, v_r)$ eine Basis von U und $B = (v_1, \dots, v_r, v_{r+1}, \dots, v_n)$ eine Basis von V . Wir wissen bereits, daß dann $B'' = (v_{r+1} + U, \dots, v_n + U)$ eine Basis von V/U ist. Zeige:

- a. f_U ist K -linear.

b. Es gilt:

$$M_B^B(f) = \left(\begin{array}{c|c} M_{B'}^{B'}(f_U) & C \\ \hline 0 & M_{B''}^{B''}(f_{V/U}) \end{array} \right),$$

wobei $0 \in \text{Mat}((n-r) \times r, K)$ die Nullmatrix ist und $C \in \text{Mat}(r \times (n-r), K)$ geeignet.

c. $\text{rang}(f) \geq \text{rang}(f_U) + \text{rang}(f_{V/U})$.

Aufgabe 52: Schreibe eine SINGULAR-Prozedur `invers`, die eine Matrix M einliest und, falls M eine invertierbare Matrix ist, die Inverse von M zurück gibt. Ist M nicht invertierbar, soll die Nullmatrix zurück gegeben werden

!!! WICHTIG !!!

In der nächsten Woche finden Wahlen im Foyer der Mensa statt.

Wahlen zum Studierendenparlament am 09.02.2004

Wahlen zum Studierendenparlament, dem Fachbereichsrat und dem Senat am

10.02.2004 und 11.02.2004

Für weitere Informationen siehe aktuelle Aushänge und Plakate.

Lichtbild- und Studierendenausweis nicht vergessen !