

Übungen zur Mathematik für Informatiker II

Abgabe am Donnerstag, dem 11. Juli 2002, bis 15.00 Uhr in die mit den Namen der Übungsgruppen gekennzeichneten Kästen im Gebäude 48, Treppenhaus 5. Geschöß.

Aufgabe 1: Berechnen Sie für beliebige reelle Zahlen $a < b$ das bestimmte Integral

$$\int_a^b \frac{\exp(x) + \exp(2x)}{\exp(2x) + 1} dx.$$

Aufgabe 2: Bestimmen Sie eine Stammfunktion für die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{x^2(1+x^2)^2}.$$

Aufgabe 3: Berechnen Sie für jedes $n \in \mathbb{N}$ die reelle Zahl $a_n := \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n(x) \cos(nx) dx$.

HINWEIS: Zeigen Sie mittels partieller Integration eine Rekursionsformel. Beweisen und benutzen Sie dazu die Formel $\cos(x) \cos(nx) + \sin(x) \sin(nx) = \cos((n-1)x)$.

Aufgabe 4: Sei $E_n := -\ln(n) + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$. Zeigen Sie, daß für jedes $n > 1$ die Ungleichungen $0 < E_n < 1$ gelten und daß die Folge $(E_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert.