

Mathematik für Informatiker II

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**. Begründen Sie Ihre Lösungen!

Aufgabe 1: Begründen Sie, daß die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n+1}}{3^{2n-1}}$ konvergiert und bestimmen Sie ihren Grenzwert.

Aufgabe 2: Berechnen Sie die 2-adische Darstellung der rationalen Zahl $\frac{1}{5}$.

Aufgabe 3: Sei $x \in \mathbb{R}$ eine reelle Zahl mit $|x| < 1$.

Beweisen Sie, daß die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$ absolut konvergiert.

Aufgabe 4: Durch $a_0 := 4$ und $a_{n+1} := 1 - \frac{1}{4a_n}$ für $n \geq 0$ wird induktiv eine Folge reeller Zahlen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definiert. Beweisen Sie, daß $a_n \geq \frac{1}{2}$ für alle $n \geq 0$ gilt, und daß die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert. Bestimmen Sie ihren Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.