Universität Kaiserslautern
FB Mathematik
Dr. Bernd Kreußler

Wintersemester 2001/02
08. Dezember 2001
Zwischenklausur

Mathematik für Informatiker I

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**. Begründen Sie Ihre Lösungen!

Aufgabe 1: Sei M eine beliebige Menge und $f : M \to M$ eine injektive Abbildung. Beweisen Sie durch vollständige Induktion, daß f^n für jedes $n \geq 1$ injektiv ist. Hierbei ist f^n rekursiv definiert durch: $f^1 := f$ und $f^{n+1} := f \circ f^n$ für $n \geq 1$.

Aufgabe 2: Lösen Sie die Gleichung $[7] \cdot x = [3]$ in $\mathbb{Z}/101\mathbb{Z}$.

Aufgabe 3: Sei $M = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \setminus \{(0,0)\}$ die Menge der Paare ganzer Zahlen, die von $(0,0)$ verschieden sind. Beweisen Sie, daß durch

$$(a,b) \sim (a',b') \iff \text{ es gibt } r,s \in \mathbb{Z} \text{ mit } r \neq 0, s \neq 0, \text{ so daß } ra = sa' \text{ und } rb = sb',$$

eine Äquivalenzrelation auf M definiert ist.

Aufgabe 4: Beweisen Sie, daß $U := \{[1],[2],[4]\} \subset (\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})^*$ eine Untergruppe der multiplikativen Gruppe $G := (\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})^*$ ist.