TECHNISCHE UNIVERSITÄT KAISERSLAUTERN

Prof. Dr. Mathias Schulze
Dipl.-Math. Cornelia Rottner
Fachbereich Mathematik

Algebraische Strukturen

Sommersemester 2013 - Übungsblatt 1

Abgabetermin: 26.4.2013, 9:00h

Aufgabe 1. Sei $(G, \circ)$ eine Gruppe und $g \in G$ beliebig aber fest. Wir definieren durch folgende Vorschriften zwei neue Verknüpfungen auf G:

$a * b = a \circ g \circ b$ für alle $a, b \in G$,

$a \bullet b = a \circ b \circ g$ für alle $a, b \in G$.

1. Untersuchen Sie, ob $(G, *)$ eine Gruppe ist.
2. Unter der Voraussetzung, dass $(G, \circ)$ abelsch ist, untersuchen Sie, ob $(G, \bullet)$ eine Gruppe ist.

Aufgabe 2. Prüfen Sie, ob es sich bei den folgenden Mengen und Verknüpfungen um Gruppen handelt:

1. $G = 7\mathbb{Z} := \{7z \mid z \in \mathbb{Z}\}$ mit der gewöhnlichen Addition als Verknüpfung,
2. $G = 7\mathbb{Z}$ mit der gewöhnlichen Multiplikation als Verknüpfung,
3. $G = 7\mathbb{Z}$ mit der Verknüpfung $a * b = a + b + 98$ für alle $a, b \in G$,
4. $G = 7\mathbb{Z}$ mit der Verknüpfung $a * b = a + b + 99$ für alle $a, b \in G$,
5. $G := \mathbb{Q}_{>0}$ mit der Verknüpfung $a * b = \frac{3ab}{2}$ für alle $a, b \in G$.

Aufgabe 3. Sei $(G, *)$ eine Gruppe mit vier Elementen.

1. Beweisen Sie (ohne die Verwendung von Verknüpfungstafeln), dass G abelsch ist.
2. Bestimmen Sie alle möglichen Verknüpfungstafeln für G.