Technische Universität Kaiserslautern

Prof. Dr. Mathias Schulze
Dipl.-Math. Cornelia Rottner
Fachbereich Mathematik

Algebraische Strukturen

Sommersemester 2013 - Übungsblatt 12

Abgabetermin: 12.7.2013, 10:00h

Alle Ringe sind kommutativ mit Eins.

Aufgabe 1. Untersuchen Sie, ob der Potenzreihenring $R[\![t]\!]$ über einem Integritätsring R ebenfalls wieder ein Integritätsring ist.

Aufgabe 2. Man zeige:

(a) Eine natürliche Zahl ist genau dann durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme (also die Summe aller ihrer Ziffern) durch 3 teilbar ist.

(b) Für $a, b \in \mathbb{Z}$ gilt $17|a + 3b$ genau dann, wenn $17|b + 6a$.

Aufgabe 3. Gegeben sei der Ring $R = \mathbb{Z}[i\sqrt{5}] = \{a + bi\sqrt{5} \mid a, b \in \mathbb{Z}\} \subset \mathbb{C}$. Wir definieren $w = 1 + i\sqrt{5}$.

(a) Bestimmen Sie alle Teiler von 2, w, $2w$ und 6 in R.

(b) Zeigen Sie, dass die Elemente $2w$ und 6 in R keinen größten gemeinsamen Teiler haben.