



Lineare Algebra für Informatiker
Blatt 4

Abgabe bis **Donnerstag, 02.05.2019, 07:00 Uhr**, Postfach Eder in Raum A 514

Jede Abgabe ist in der **Kopfzeile des Deckblatts** mit
Name, Vorname, Matrikelnummer, Lehrkraft, Buchstabe der Übungsgruppe
zu versehen.

Alle Lösungsschritte sind sorgfältig zu begründen bzw. zu beweisen!

Aufgabe 17. Seien $a, b, c \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\text{kgV}(ca, cb) = c \cdot \text{kgV}(a, b).$$

Hinweis: Satz II.3.9 darf nicht verwendet werden, da wir ja die Aussage der Übungsaufgabe für den Beweis des Satzes nutzen.

Aufgabe 18. Betrachten Sie den Euklidischen Algorithmus. Zeigen Sie, dass es für $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ganze Zahlen $x, y \in \mathbb{Z}$ gibt, so dass gilt:

$$\text{ggT}(a, b) = xa + yb.$$

Aufgabe 19.

- (a) Berechnen Sie für $a = 1344$ und $b = 416$ $x, y \in \mathbb{Z}$, so dass gilt: $\text{ggT}(a, b) = xa + yb$.
- (b) Seien $a_1, \dots, a_r, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ für ein $r \in \mathbb{N}$. Weiterhin gelte $\text{ggT}(a_i, b) = 1$ für alle $1 \leq i \leq r$. Zeigen Sie, dass dann gilt:

$$\text{ggT}\left(\prod_{i=1}^r a_i, b\right) = 1.$$

Aufgabe 20. Seien $a_1, \dots, a_r, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ für ein $r \in \mathbb{N}$. Weiterhin gelte $\text{ggT}(a_i, a_j) = 1$ für alle $1 \leq i < j \leq r$ und $a_i \mid b$ für alle $1 \leq i \leq r$. Zeigen Sie, dass dann gilt:

$$\prod_{i=1}^r a_i \mid b.$$