

**Lineare Algebra für Informatiker**
Blatt 5

Abgabe bis Mittwoch, 08.05.2019, 15:00 Uhr, Postfach Eder Raum A 514

Jede Abgabe ist in der Kopfzeile des Deckblatts mit
Name, Vorname, Matrikelnummer, Lehrkraft, Buchstabe der Übungsgruppe
zu versehen.

Alle Lösungsschritte sind sorgfältig zu begründen bzw. zu beweisen!

Aufgabe 21. Bestimmen Sie Real-, Imaginärteil und Betrag folgender komplexer Zahlen:

- (a) $\frac{2+i}{5i-3}$,
- (b) $\frac{2}{(5+i)^2}$,
- (c) i^n für $n \in \mathbb{N}_0$.

Aufgabe 22. Im Folgenden seien Mengen G und Verknüpfungen $*$ gegeben. Überprüfen Sie, ob $(G, *)$ jeweils eine Gruppe ist, anderenfalls geben Sie ein Gegenbeispiel für eine verletzte Gruppeneigenschaft an.

- (a) $G = \mathbb{Q}_{>0}$ mit $*$: $G \times G \rightarrow G, (a, b) \mapsto \frac{a \cdot b}{2}$.
- (b) $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ mit $*$: $G \times G \rightarrow G, ((a_1, a_2), (b_1, b_2)) \mapsto (a_1 + b_2, a_2 + b_1)$.

Hierbei bezeichnen “ \cdot ”, “Bruchstrich” und “+” jeweils die gewöhnliche Multiplikation, Division und Addition.

Aufgabe 23. Sei (G, \cdot) eine Gruppe mit $g^2 = e$ für alle $g \in G$.¹ Zeigen Sie, dass G eine abelsche Gruppe ist.

Aufgabe 24. Berechnen Sie im jeweiligen \mathbb{Z}_m

- (a) $[22]_9 + [15]_9$,
- (b) $[34518]_{34519} \cdot [217]_{34519}$,
- (c) $[12^{231798633}]_{143}$.

¹Hierbei gilt, wie gewohnt, $g^2 := g \cdot g$.