



Lineare Algebra für Informatiker
Blatt 6

Abgabe bis Mittwoch, 15.05.2019, 15:00 Uhr, Postfach Eder Raum A 514

Jede Abgabe ist in der Kopfzeile des Deckblatts mit
Name, Vorname, Matrikelnummer, Lehrkraft, Buchstabe der Übungsgruppe
zu versehen.

Alle Lösungsschritte sind sorgfältig zu begründen bzw. zu beweisen!

Aufgabe 25. Zeigen Sie:

- (a) Eine natürliche Zahl ist genau dann durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme¹ durch 3 teilbar ist.
- (b) Für $a, b \in \mathbb{Z}$ gilt: $17 \mid a + 3b \iff 17 \mid b + 6a$.

Aufgabe 26. Welche der folgenden Mengen sind Unterräume von den angegebenen Vektorräumen?

- (a) $U_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 = 3x_2 = 3x_3 \right\} \subseteq \mathbb{R}^3$,
- (b) $U_2 := \left\{ \begin{pmatrix} \mu + \lambda \\ \lambda^2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \mu, \lambda \in \mathbb{R} \right\} \subseteq \mathbb{R}^2$,
- (c) $U_3 := \{f \in V_{\mathbb{R}} \mid f(x + 2\pi) = f(x) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\} \subseteq V_{\mathbb{R}}$.

Aufgabe 27. Sei K ein Körper und V ein K -Vektorraum. Weiterhin seien U_1, U_2 Unterräume von V . Zeigen Sie:

$$U_1 \cup U_2 \text{ ist Unterraum von } V \iff (U_1 \subseteq U_2 \text{ oder } U_2 \subseteq U_1).$$

Aufgabe 28. Betrachten Sie die folgenden Teilmengen des Vektorraums $V_{\mathbb{R}}$:

$$\begin{aligned} U &:= \{f \in V_{\mathbb{R}} : f(-x) = f(x) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\}, \\ W &:= \{f \in V_{\mathbb{R}} : f(-x) = -f(x) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\}. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass gilt: $V_{\mathbb{R}} = U \oplus W$.

¹Die Quersumme einer Zahl ist die Summe ihrer Ziffern.