UNIVERSITÄT LEIPZIG

Christian Eder
Sommersemester 2019

Lineare Algebra für Informatiker
Blatt 7

Abgabe bis Mittwoch, 22.05.2019, 15:00 Uhr, Postfach Eder Raum A 514

Jede Abgabe ist in der **Kopfzeile des Deckblatts** mit

Name, Vorname, Matrikelnummer, Lehrkraft, Buchstabe der Übungsgruppe

zu versehen.

Alle Lösungsschritte sind sorgfältig zu begründen bzw. zu beweisen!

Aufgabe 29. Überprüfen Sie, ob die folgenden Tupel von Vektoren in den jeweils angegebenen Vektorräumen linear unabhängig sind:

(a) $\left(\begin{pmatrix}0\\3\\13\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\5\\21\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}8\\34\\142\end{pmatrix}\right)$ in $\mathbb{Q}^3$,

(b) $(1, \sqrt{2}, \sqrt{3})$ im $\mathbb{Q}$-Vektorraum $\mathbb{R}$,[1]

(c) $(1, \sqrt{2}, \sqrt{8})$ im $\mathbb{Q}$-Vektorraum $\mathbb{R}$.

Aufgabe 30. Betrachten Sie $U := \operatorname{span}\left(\left\{\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}\right\}\right) \leq \mathbb{R}^3$.

(a) Bestimmen Sie eine Basis B von U.

(b) Ergänzen Sie B zu einer Basis von $\mathbb{R}^3$.

Aufgabe 31. Betrachten Sie $U := \{f \in V_{\mathbb{N}} : f(n) = f(n-1) + f(n-2) \text{ für alle } n \geq 3\}$.

(a) Zeigen Sie, dass U ein Unterraum von $V_{\mathbb{N}}$ ist.

(b) Bestimmen Sie eine Basis von U.

Aufgabe 32. Betrachten Sie den Vektorraum $\mathbb{R}^3$.

(a) Zeigen Sie, dass $B = \left\{\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}\right\}$ eine Basis von $\mathbb{R}^3$ ist.

(b) Überprüfen Sie, ob die Menge $A = \left\{\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}\right\}$ die Voraussetzungen des Austauschsatzes von Steinitz erfüllt.

(c) Wenden Sie den Austauschsatz von Steinitz auf die Basis B und die Menge A an.

[1] Kleiner Tipp: $\sqrt{6} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.