

Algebraische Strukturen

Wintersemester 2015/16 - Übungsblatt 1

Abgabetermin: 9.11.2015, 14:00h

Aufgabe 1. Sei (G, \circ) eine Gruppe und $g \in G$ beliebig aber fest. Wir definieren die Verknüpfungsvorschriften $*$ und \bullet :

$$a * b = a \circ g \circ b \text{ für alle } a, b \in G,$$

$$a \bullet b = a \circ b \circ g \text{ für alle } a, b \in G.$$

- Untersuchen Sie, ob $(G, *)$ eine Gruppe ist.
- Unter der Voraussetzung, dass (G, \circ) abelsch ist, untersuchen Sie, ob (G, \bullet) eine Gruppe ist.

Aufgabe 2. Prüfen Sie, ob es sich um Gruppen handelt:

- $G = 7\mathbb{Z} := \{7z \mid z \in \mathbb{Z}\}$ mit der gewöhnlichen Addition als Verknüpfungsvorschrift,
- $G = 7\mathbb{Z}$ mit der gewöhnlichen Multiplikation als Verknüpfungsvorschrift,
- $G = 7\mathbb{Z}$ mit der Verknüpfungsvorschrift $a * b = a + b + 98$ für alle $a, b \in G$,
- $G = 7\mathbb{Z}$ mit der Verknüpfungsvorschrift $a * b = a + b + 99$ für alle $a, b \in G$,
- $G := \mathbb{Q}_{>0}$ mit der Verknüpfungsvorschrift $a * b = \frac{3ab}{2}$ für alle $a, b \in G$.

Aufgabe 3. Sei $(G, *)$ eine Gruppe mit vier Elementen.

- Beweisen Sie (ohne die Verwendung von Verknüpfungstabellen), dass $(G, *)$ abelsch ist.
- Bestimmen Sie alle möglichen Verknüpfungstabellen für $(G, *)$.