

## Elementare Zahlentheorie

Sommersemester 2016 - Präsenzübungsblatt

**Aufgabe 1.** Es seien  $z_1, \dots, z_n \in \mathbb{Z}$  ganze Zahlen. Zeigen Sie:

- (a)  $g \in \text{ggT}(z_1, \dots, z_n)$  genau dann, wenn  $g \in \text{ggT}(\text{ggT}(z_1, z_2), z_3, \dots, z_n)$ .
- (b)  $g \in \text{ggT}(z_1, \dots, z_n)$  genau dann, wenn  $\langle g \rangle_{\mathbb{Z}} = \langle z_1, \dots, z_n \rangle_{\mathbb{Z}}$ .
- (c) Ist  $g \in \text{ggT}(z_1, \dots, z_n)$ , so ist  $\text{ggT}(z_1, \dots, z_n) = \{g, -g\}$ .
- (d) Wenn nicht alle  $z_i$  Null sind, dann gilt

$$\text{ggT}(z_1, \dots, z_n) := \prod_{p \in \mathbb{P}} p^{\min\{n_p(z_1), \dots, n_p(z_n)\}} \in \text{ggT}(z_1, \dots, z_n).$$

**Aufgabe 2.** Sind folgende lineare diophantische Gleichungen lösbar? Bestimmen Sie gegebenenfalls eine Lösung.

- (a)  $84 \cdot x_1 + 60 \cdot x_2 + 210 \cdot x_3 = 18$
- (b)  $63 \cdot x_1 + 81 \cdot x_2 + 24 \cdot x_3 = 16$