

Grundlagen der Mathematik II
Blatt 27

Abgabetermin: keine Abgabe

Aufgabe 105.

- (a) Bestimmen Sie geeignete Mengen
- $D, D' \subset \mathbb{R}^3$
- , sodass

$$f : D \rightarrow D', (r, \varphi, z) \mapsto (r \cos(\varphi), r \sin(\varphi), z)$$

bijektiv ist.

- (b) Berechnen Sie

$$\int_Z x^2 + y^2 \, dz dy dx,$$

wobei $Z := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x^2 + y^2 \leq R, 0 \leq z \leq H\} \subset \mathbb{R}^3$, mit $R, H \in \mathbb{R}_{>0}$.

Aufgabe 106. Es seien $f : D \rightarrow D'$ ein Diffeomorphismus zwischen offenen Teilmengen $D, D' \subset \mathbb{R}^n$ sowie $K \subset D$ eine kompakte messbare Menge. Zeigen Sie, dass

$$\text{vol}(f(K)) \leq \int_K |\det(f'(x))| dx.$$